E.3 Cas spécifique du béton armé

E.3 Cas spécifique du béton armé

1) Aperçu des méthodes usuelles de détermination du ferraillage pour des éléments de plaque

Il existe principalement 3 méthodologies applicables aux plaques pour lesquels le lecteur pourra consulter les références associées :

- Méthode des lignes de rupture de Johansen :
  - Save M.A., Massonet C.E., De Saxcé G. – Plastic limit analysis of plates, shells and disks, Applied Mathematics and Mechanics Vol. 43.
  - Cette méthode est applicable pour des plaques faiblement armée (taux d'armature inférieur à 0.7%) permettant de valoriser l'apparition de lignes de rupture et de mettre en place un ferraillage qui s'y oppose.

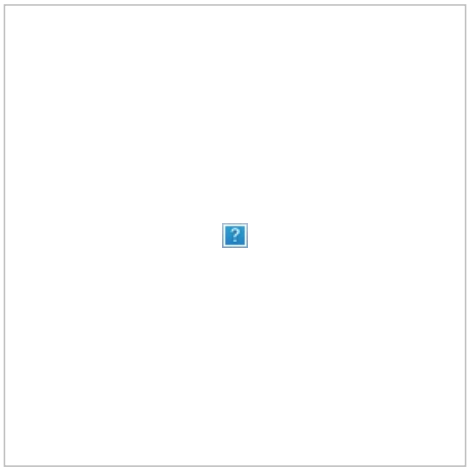
- Méthode sandwich :
  - Marti, P., Design of concrete slabs for transverse shear, ACI Structural Journal, Vol. 87, pages 180 à 190.
  - Cette méthode prend intrinsèquement le comportement de plaque dans son fonctionnement, elle est codifiée dans les annexes LL et MM de l'Eurocode 2 partie 2,

- Méthode de Capra et Maury :
  - Capra A. at Maury J.-F., Calcul automatique du ferraillage optimal des plaques et coques en béton armé, Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des travaux publics, n°367, Décembre 1978,
  - Cette méthode s'appuie sur l'équilibre de section unitaire en flexion composée, elle est détaillée dans la suite de la section.

2) Exemple de la méthode de Capra-Maury

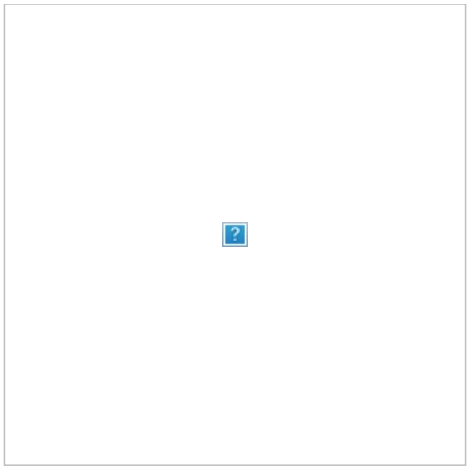
On définit un ensemble de facettes, centrées au point de calcul du code aux éléments finis. Il peut s'agir d'un nœud, d'un point de Gauss ou d'un point quelconque où les efforts sont interpolés.

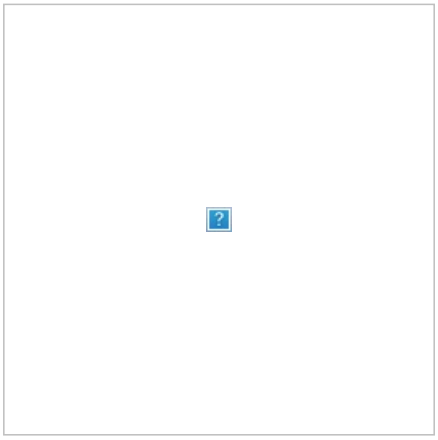
Sa normale tourne de ce point dans le plan tangent au feuillet moyen. La facette est repérée par l'angle θ que fait sa normale avec l'axe OX du repère de l'élément (voir figure 2.1-a). L'angle θ est discrétisé régulièrement de -90°à +90° (ici avec un pas de 5°). Les axes Ox et Oy sont les axes des nappes d'armatures.



Facette de référence parallèle à la section de poutre équilibrée en flexion composée

Pour chacune de ces facettes, on évalue le moment de flexion (M), l'effort de membrane (N) et l'effort tranchant (V) qui s'y appliquent en fonction des tenseurs des efforts à l'aide des équations :

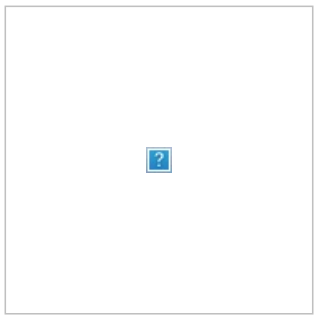


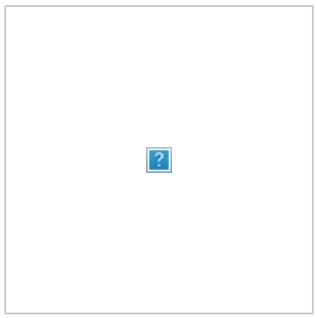




Par un calcul en flexion composée, on détermine les sections d'acier en nappes supérieure et inférieure $A_S(\theta)$ et $A_I(\theta)$ d'acier requise dans la direction θ pour équilibrer la section dans le contexte réglementaire de béton armé retenu.

Les efforts résistants dans la direction θ des deux nappes peuvent être évalués à l'aide des expressions





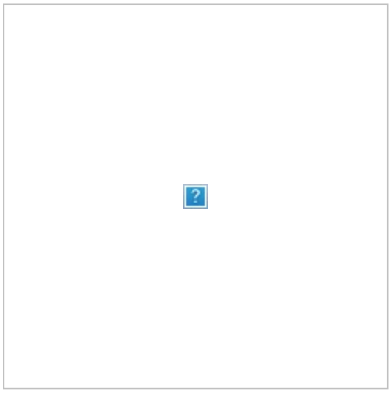
où f_{yd} représente la contrainte maximale admissible de l'acier (identique dans les deux directions).

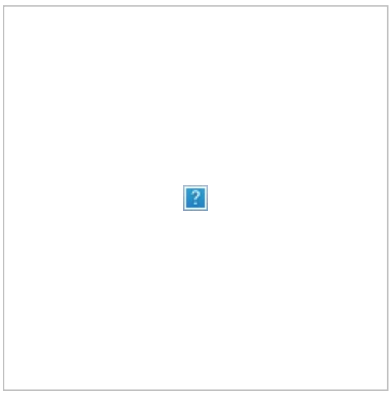
La résistance est assurée si l'effort résistant est supérieur à l'effort appliqué, ce qui s'écrit :





Ainsi, en considérant un repère orthonormé comportant A_{XS} en abscisse et A_{YS} en ordonnée, on a à résoudre finalement pour les ferraillages supérieur et inférieur :

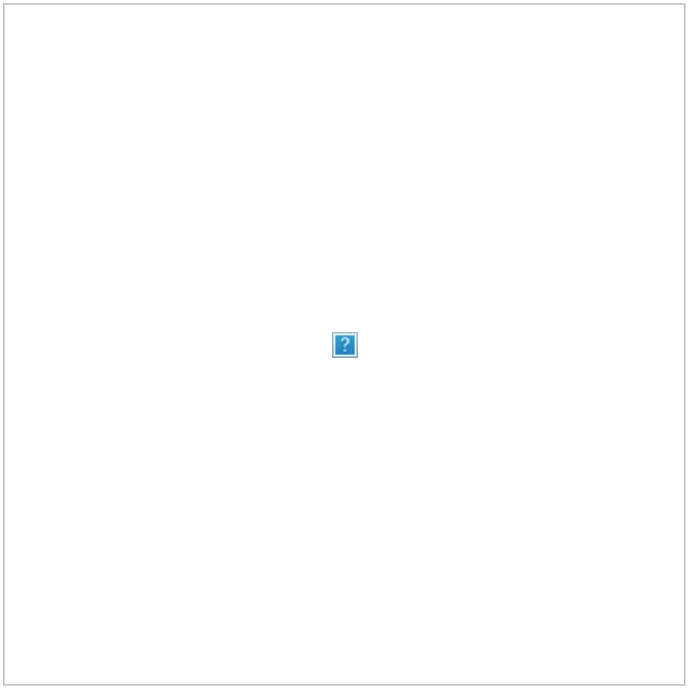
 pour tous les angles θ

 pour tous les angles θ

et

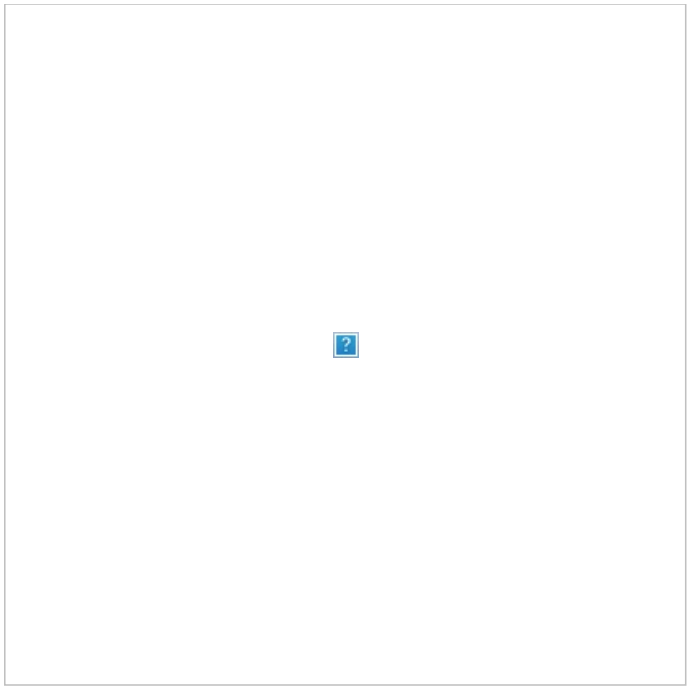
 et  minimum.

Les inégalités sur la résistance définissent pour chaque valeur de θ un demi-espace limité par une droite de pente négative qui traduit un domaine de validité tel que cela est représenté figure suivante.



Domaine de résistance pour une facette θ

En parcourant toutes les valeurs de *θ*, on obtient le domaine de validité indiqué sur la figure suivante, délimité par la ligne brisée *ABCD* ...



Domaine de résistance pour l'ensemble des facettes

Pour chaque point *P* du domaine de validité, la section totale des armatures peut être obtenue en projetant le point *P* en *Q* sur la première bissectrice. La distance *OQ* représente alors la valeur  avec $A_S = A_{XS} + A_{YS}$.

On constate donc que l'optimum de ferraillage correspond à l'un des 36 points (compte tenu du pas de rotation des facettes retenu si on prend une facette tous les 10 degrés par exemple) de la frontière (illustration par les 4 points de la ligne brisée *ABCD* ...) dont la projection sur la première bissectrice est la plus proche de l'origine des axes. La recherche de ce point peut être effectuée par une méthode de type « dichotomie ».

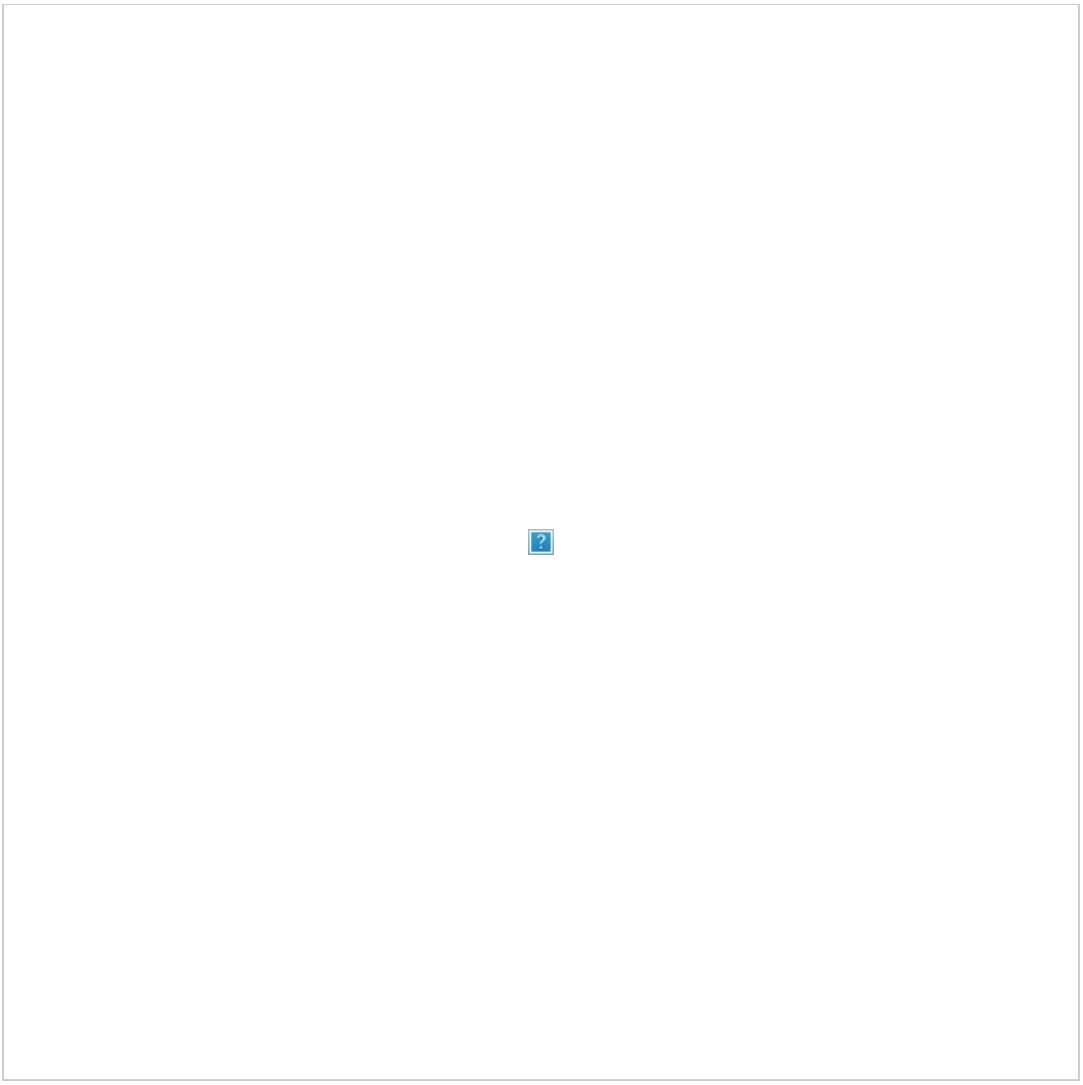
3) Méthodes des bielles et tirants à partir d'un résultat de calcul aux éléments finis

En présence d'éléments structurels soumis à des charges ponctuelles importantes ou présentant des modifications brusques de leur section et de leur géométrie, les méthodes classiques d'analyse des sections planes ne sont pas satisfaisantes. Ces lieux sont généralement ferraillés à l'aide de règles de bonnes pratiques basées sur l'expérience ou sur des directives empiriques. La méthode bielles-tirants (MBT) est une procédure de conception rationnelle pour les éléments structurels complexes ; la procédure a une base en mécanique, mais elle est assez simple pour être facilement appliquée dans la conception.

De manière générale, la MBT implique l'idéalisation d'un élément structurel complexe en une simple structure capable de représenter le cheminement des contraintes au sein de l'élément.

Le treillis est composé de bielles modélisant les champs de compression du béton, de tirants représentant une armature en acier élastique et de nœuds représentant les zones localisées où les éléments s'interconnectent ou les zones où l'acier élastique est ancré dans le béton. Les bielles et les tirants ne portent que des forces uniaxiales. Ce mécanisme doit être stable et équilibrer correctement les charges appliquées.

La ruine de la structure est dictée par la rupture d'un ou plusieurs tirants ou également définie par des contraintes de compression excessives à l'intérieur des bielles ou des nœuds. Idéalement, seul le premier mode de défaillance devrait se produire.



Exemple de région D et de modélisation du système pour obtention des champs de contraintes puis des efforts aux appuis du treillis BT

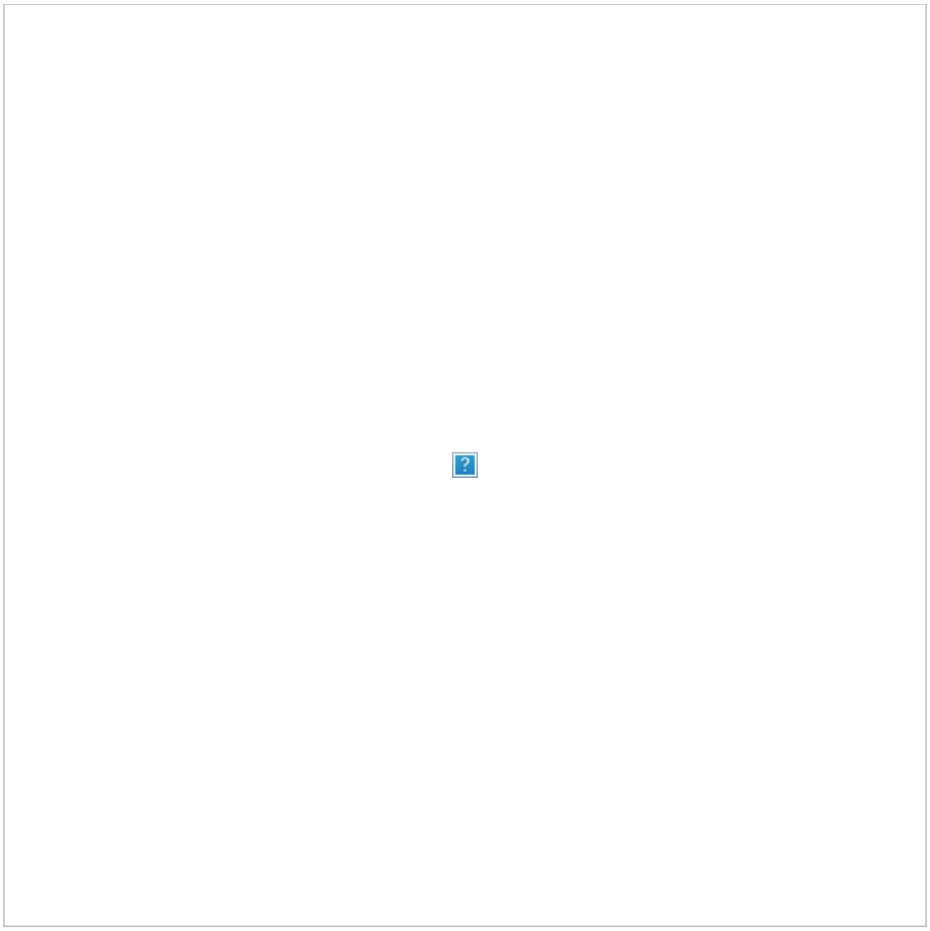
On applique cette méthode pour des régions dites D. Pour caractériser ces régions, on considère que la répartition des déformations sur la profondeur de l'élément présente un profil non linéaire.

Par conséquent, les hypothèses sous-jacentes à la procédure de conception de coupe sont invalidées. On ne peut y décliner le principe d'équivalence

Selon le principe de Saint Venant, une analyse des contraintes élastiques indique que les contraintes dues aux forces axiales et à la flexion se rapprochent d'une distribution linéaire à une distance approximativement égale à la profondeur de l'élément, *h*, à l'écart de la discontinuité.

En d'autres termes, une distribution de contrainte non linéaire existe dans la profondeur d'un membre à partir de l'emplacement où la discontinuité est introduite. Ensuite, on peut affirmer que les régions D sont supposées s'étendre jusqu'à une distance *h* de la charge appliquée et des réactions de support. En général, une région d'un élément structurel est supposée être dominée par un profil non linéaire, ou une région D, lorsque le rapport étendue / profondeur, *a / h*, est inférieur à 2 ou à 2,5. L'étendue de cisaillement, *a*, est définie comme la distance entre la charge appliquée et le support le plus proche dans les éléments simples.

L'approche à suivre pour définir un treillis bielle-tirant peut être résumé dans la figure 10.



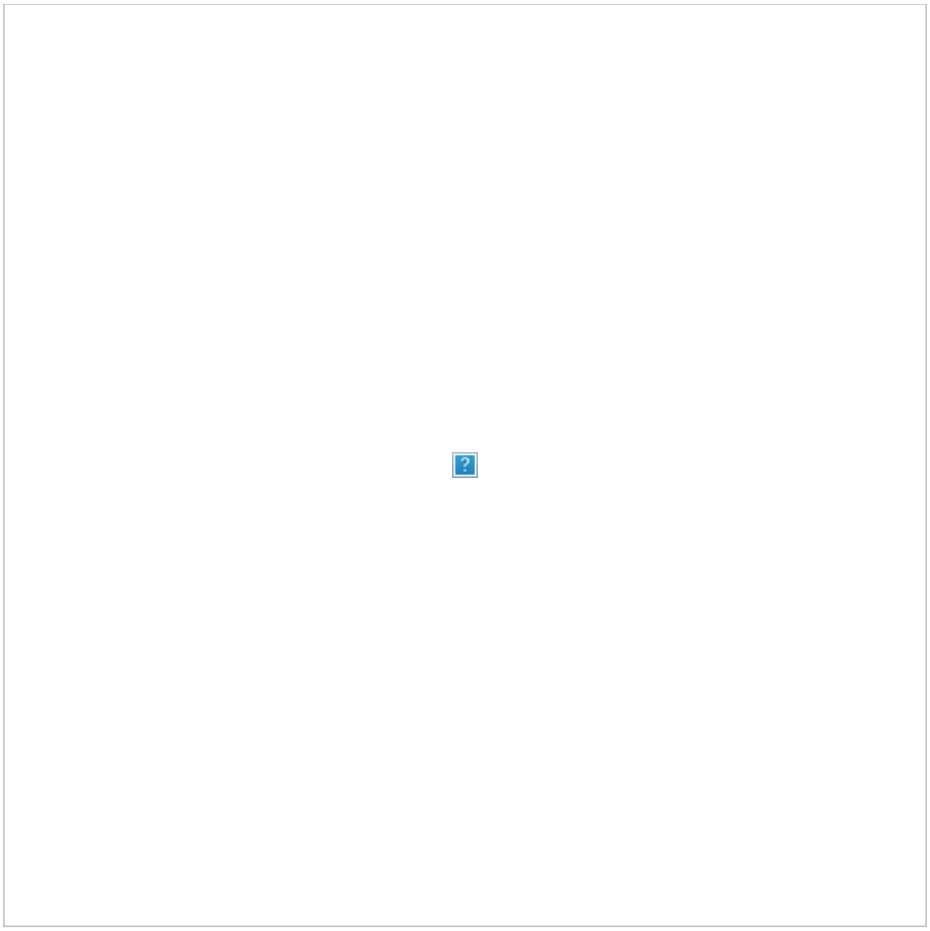
Principe général de conception par MBT

Les méthodes de vérifications sont codifiées dans l'Eurocode 2 partie 1-1.

La démarche présentée dans la figure 10 est complexe à mettre en œuvre et dépend fortement de l'ingénieur qui la met en œuvre.

Des approches se développent de plus en plus dans ce registre pour chercher à automatiser la démarche. En France, le code aux éléments code_aster intègre un opérateur CALC_BT qui permet de rendre semi-automatique la démarche sur la base :

- d'une analyse des champs pics locaux des champs de contraintes principales majeures et mineures,
- d'un découpage de la région D modélisée par un pavage de Voronoï,
- par projection des directions moyennes des contraintes principales dans les pavés de Voronoï
- un ensemble de procédés d'optimisation.



Exemple de référence à gauche – Solution obtenue automatiquement par l'opérateur CALC_BT de code_aster

Cette méthode nécessite un niveau d'expérience important et un contrôle par un expert.

Révision #1
★Créé 8 December 2023 13:59:27 par Paul Terrasson Duvernon
✎Mis à jour 12 December 2023 10:44:00 par Paul Terrasson Duvernon