

# D.4 Validations réglementaires : comportement en béton armé des éléments

## D.4 Validations réglementaires : comportement en béton armé des éléments

### D.4.1 Cartographies d'acier - calcul réglementaire BA / bielles

Les calculs des cartographies d'aciers sont réalisés par les logiciels courants en utilisant généralement la méthode de Capra Maury (Annales de l'ITBTP de décembre 1978) ou la méthode de Wood et Armer (The reinforcement of slabs in accordance with a predetermined field of moments » Concrete février 1968, Aout 1968).

Ces méthodes permettent de déterminer les 4 sections d'aciers  $A_{xi}$ ,  $A_{yi}$ ,  $A_{xs}$ ,  $A_{ys}$  sur les faces inférieures et supérieures d'un élément en fonction des 2 directions de ferrailage considérées orthogonales X et Y.

Une bonne approche du calcul de ces cartographies peut être faite à partir de la méthode de Wood en la simplifiant :

Soit un élément soumis aux composantes d'efforts suivantes :

- $N_{xx}$ ,  $N_{yy}$ ,  $N_{xy}$  efforts de membrane (positif si traction) ;
- $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$  efforts de flexion.

La première étape est de calculer les efforts intermédiaires suivants :

- $N_{wx} = N_{xx} + |N_{xy}|$  ;
- $N_{wy} = N_{yy} + |N_{xy}|$  ;
- $M_{wx} = M_{xx} + |M_{xy}|$  si  $M_{xx}$  est positif sinon  $M_{wx} = M_{xx} - |M_{xy}|$  ;
- $M_{wy} = M_{yy} + |M_{xy}|$  si  $M_{yy}$  est positif sinon  $M_{wy} = M_{yy} - |M_{xy}|$ .

### D.4.2 Éléments en flexion : dalles

Les dalles sont principalement sollicitées par les efforts de flexion  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$ .

Les efforts de membranes  $N_{xx}$ ,  $N_{yy}$ ,  $N_{xy}$  sont souvent négligeables.

Les moments  $M_{xy}$  peuvent être importants, ils sont nuls dans les zones où les moments principaux sont alignés avec les axes principaux (généralement confondus avec les directions du ferrailage) donc en milieu de travée et sur les appuis continus.

Il ne faut pas les négliger surtout dans les angles des dalles et dans le cas de charges concentrées.

Les calculs des aciers passifs réalisés dans la détermination de cartographies sont conformes aux règles de l'Eurocode, car ils se ramènent à l'étude d'une section rectangulaire soumise à un couple de chargement (N, M), ils peuvent donc être réalisés à l'ELS et à l'ELU.

Le calcul des aciers à l'ELS en prenant en compte les ouvertures des fissures est plus délicat et nécessite l'emploi d'un logiciel éprouvé. En effet, la présence des moments  $M_{XY}$  nécessite des calculs d'aciers sur plusieurs facettes car la fissuration ne se produit pas nécessairement selon les directions des ferrailages.

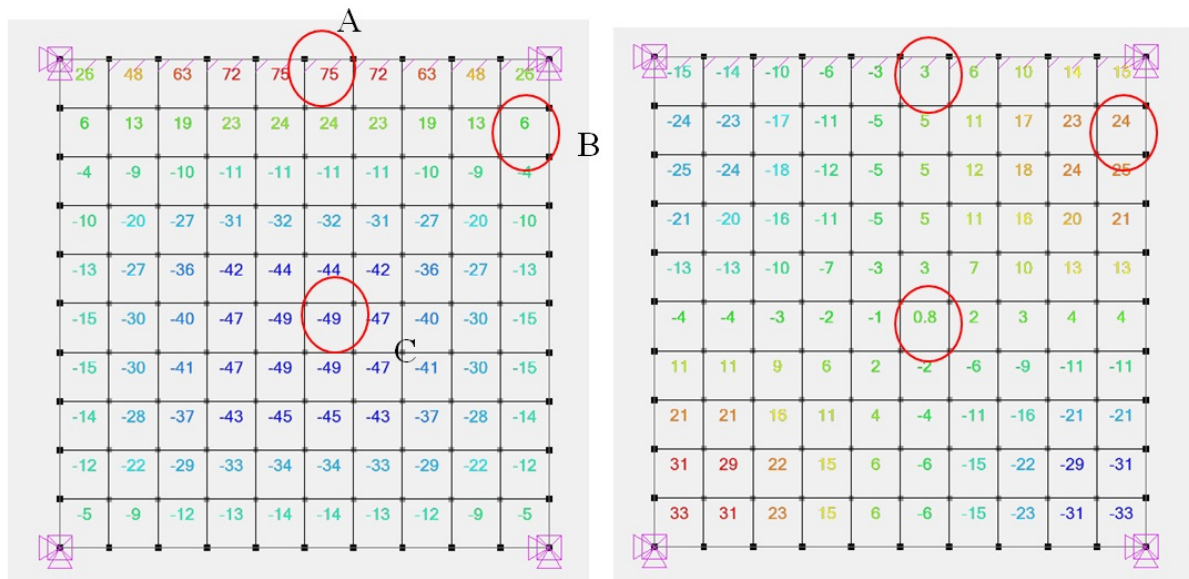
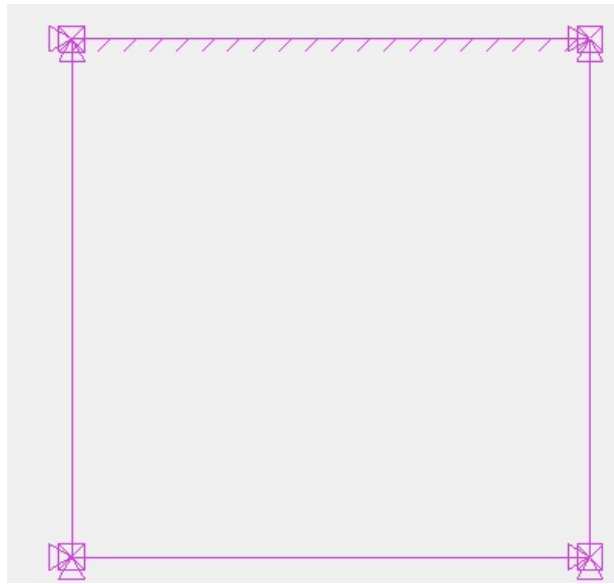
Le comportement des dalles en flexion étant conforme à celui des poutres, il est nécessaire de réaliser un décalage des courbes de moment pour respecter le fonctionnement en treillis.

Les sections d'aciers  $A_x$  sont calculées directement à partir du couple d'efforts ( $N_{wx}$ ,  $M_{wx}$ ) et les armatures  $A_y$  à partir de ( $N_{wy}$ ,  $M_{wy}$ )

---

#### **Exemple : Dalle carrée de 5 m de côté**

La dalle est articulée sur 3 côtés et encastrée sur le 4ème, elle est soumise à une charge permanente uniforme de 50 kN/m<sup>2</sup>, son épaisseur est de 20 cm, l'enrobage des aciers de 3 cm.



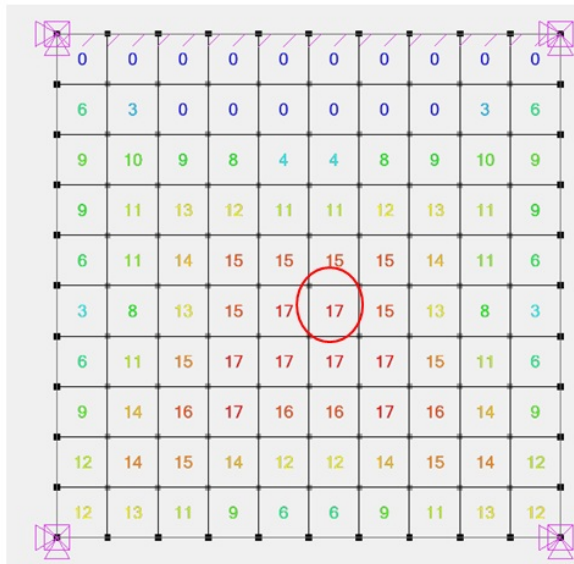
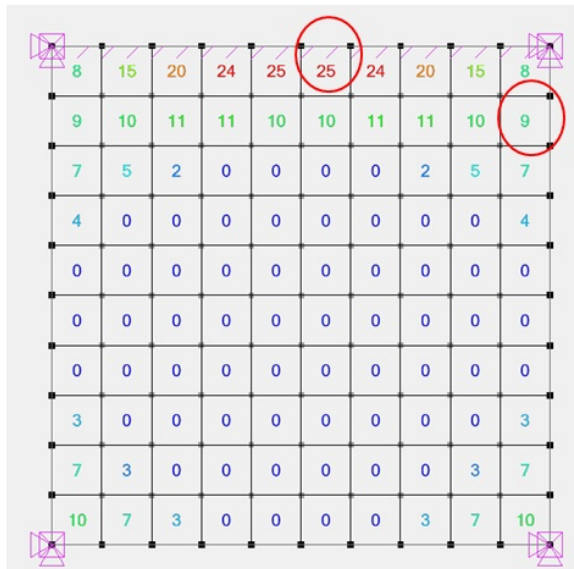
Moments d'axe horizontal  $M_{YY}$  / Moments croisés  $M_{XY}$

Les aciers Ay sont calculés manuellement avec  $f_{yd}=200$  MPa (ELS).

sections :	A	B	C
$M_{YY}$	75.0 kN.m	6.0 kN.m	-49.0 kN.m
$M_{XY}$	3.0 kN.m	24.0 kN.m	0.8 kN.m
$M_{YY}+M_{XY}$	78.0 kN.m	30.0 kN.m	-49.8 kN.m
Ay manuel	25 cm <sup>2</sup>	10 cm <sup>2</sup>	-16 cm <sup>2</sup>
Ay logiciel	25 cm <sup>2</sup>	9 cm <sup>2</sup>	17 cm <sup>2</sup>

$$A_y \text{ manuel} = 10 \times (M_{YY} + M_{XY}) / (0.9 \times 0.17 \times 200) \text{ cm}^2$$

Valeurs qui peuvent être comparées avec les sections d'aciers calculées par le logiciel :



*Aciers Ays logiciel / Aciers Ayi logiciel*

Il y a une bonne concordance entre les sections d'aciers calculées manuellement et celles déterminées par le logiciel (méthode de CAPRA MAURY).

Il s'en déduit que les moments  $M_{xy}$  se cumulent avec les Moments  $M_{xx}$  et  $M_{yy}$ .

### D.4.3 Éléments en cisaillement dans leur plan : voiles

Les voiles de contreventement d'un bâtiment sont soumis à des efforts normaux et à des efforts de cisaillements dans leur plan.

Ce sont par exemple les « murs de grandes dimensions en béton peu armé » étudiés dans l'EC8-1 chapitre 5.4.3.5., ou des dalles de transfert de bâtiment soumises à des efforts horizontaux (poteaux inclinés).

Pour ces éléments, les composantes  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$ ,  $V_{xz}$  et  $V_{yz}$  sont très faibles voire nulles.

Ils ne sont soumis qu'à des efforts de membrane  $N_{xx}$ ,  $N_{yy}$ ,  $N_{xy}$  :

- $N_{xx}$  et  $N_{yy}$  étant les efforts de traction/compression selon les axes  $x$  et  $y$  ;
- $N_{xy}$  le cisaillement dans le plan du voile.

En reprenant le calcul précédent des cartographies d'aciers, cela donne :

- $N_{wx} = N_{xx} + |N_{xy}|$  ;
- $N_{wy} = N_{yy} + |N_{xy}|$ .

D'où les armatures :

- $A_x = (N_{xx} + |N_{xy}|)/f_{yd}$  ;
- $A_y = (N_{yy} + |N_{xy}|)/f_{yd}$  ;
- $A_x$  et  $A_y$  étant la somme des armatures suivant  $X$  et  $Y$  (2 faces comprises) ;
- et  $f_{yd}$  la contrainte de calcul des aciers.

Ces formules amènent à la constatation que si les efforts normaux sont nuls ( $N_{xx}=N_{yy}=0$ ), alors les armatures  $A_x$  et  $A_y$  sont des armatures de cisaillements et leurs valeurs sont égales à :  $A_x = |N_{xy}|/f_{yd}$  et  $A_y = |N_{xy}|/f_{yd}$

Le cisaillement nécessite donc des armatures dans les deux directions, contrairement aux calculs classiques de cisaillement réalisés selon l'EC2. Cela est dû à la non-prise en compte de la résistance du béton.

Les armatures de cisaillements calculées par les cartographies sont donc « supérieures » à celles calculées habituellement en utilisant l'EC2.

On se référera à l'article 5.4.3.5.2 de l'EC8-1 qui concerne l'étude des « murs de grandes dimensions en béton peu armé » qui autorise dans un tel cas de ne pas disposer d'armatures d'effort tranchant si  $V_{ed}$  est inférieur à  $V_{rdc}$ .

Il est donc recommandé dans ces cas de n'utiliser les cartographies d'aciers que pour prendre en compte les effets locaux, et de réaliser les calculs des armatures principales en effectuant des coupures à la base des voiles et de déterminer les ferrailages à partir des torseurs résultants au niveau de ces coupures.

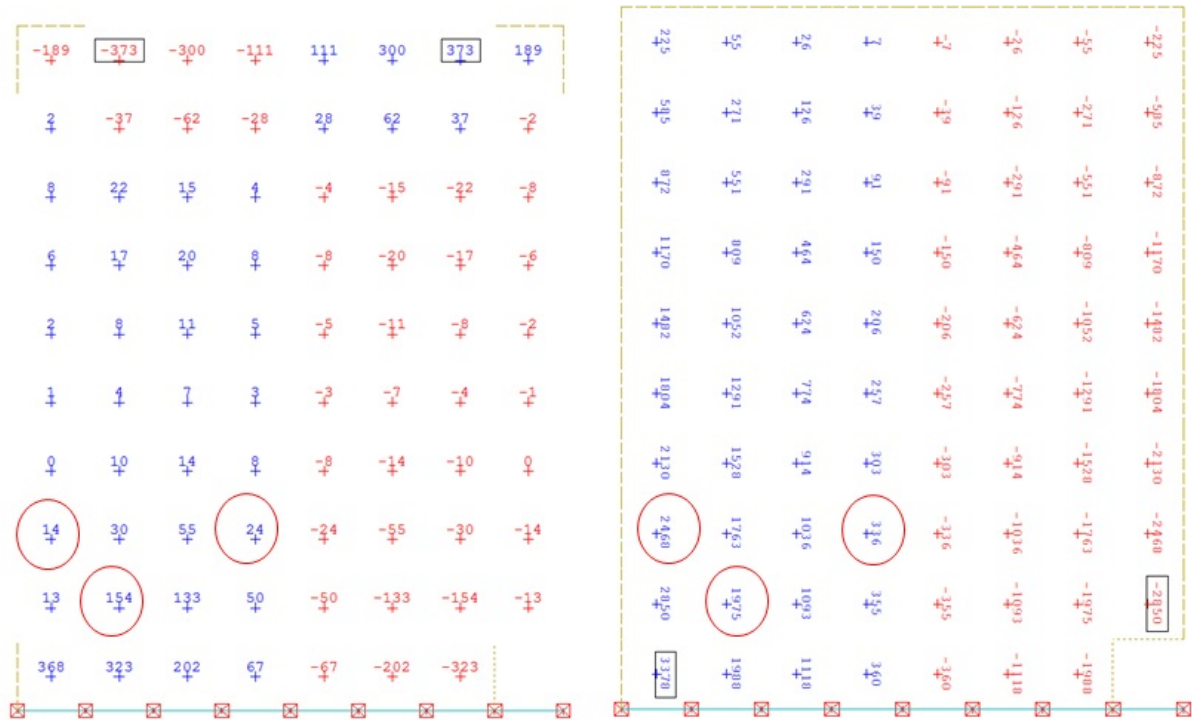
#### **Exemple d'un voile :**

Etudions un voile isolé de 5 m de hauteur, 4 m de largeur et 20 cm d'épaisseur.

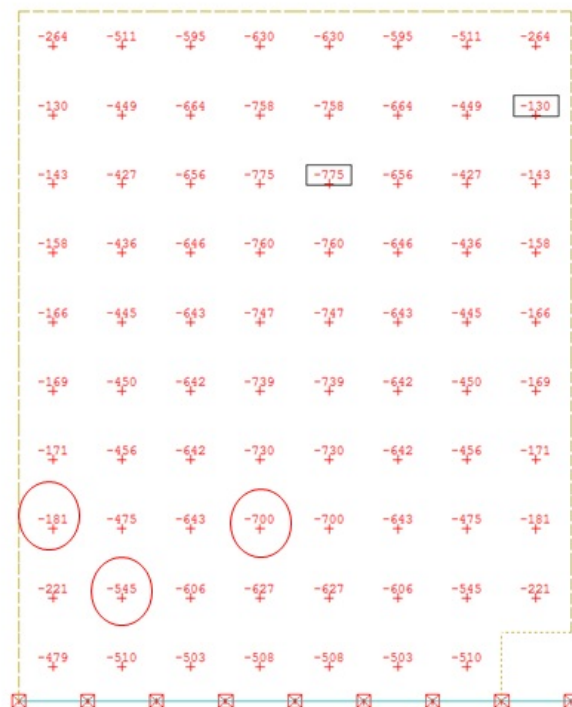
Il est appuyé à sa base, et soumis à une charge horizontale sismique de 2000 kN en tête.

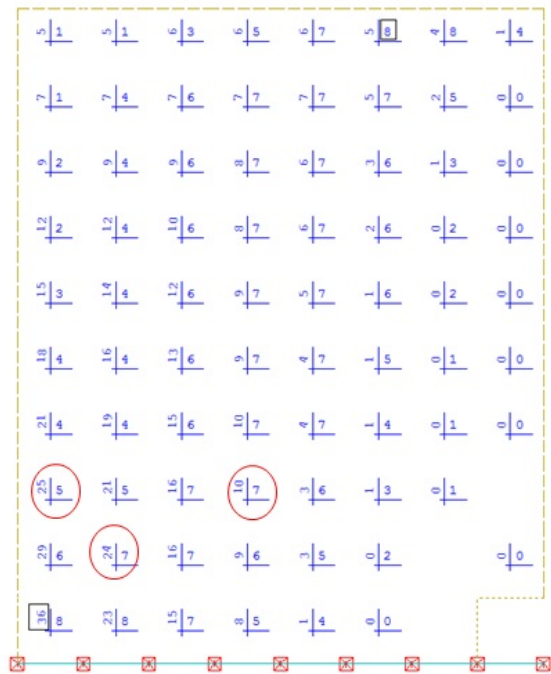
Afin d'éviter les pics d'efforts, la charge horizontale est linéarisée sur la largeur du voile (500 kN/ml).

Voici ci-dessous les efforts de membranes résultants  $N_{xx}$ ,  $N_{yy}$  et  $N_{xy}$ .



Efforts  $N_{xx}$  (horizontaux)(kN/ml) - Efforts  $N_{yy}$  (verticaux) (kN/ml)





Efforts Nxy (cisaillement) - Cartographies d'aciers (cm²/m²) pour une nappe

Les sections d'aciers sont calculées manuellement et comparées avec les valeurs des cartographies.

sections :	A	B	C
N <sub>XX</sub>	14 kN	154 kN	24 kN
N <sub>YY</sub>	2468 kN	1975 kN	336 kN
N <sub>XY</sub>	181 kN	545 kN	700 kN
N <sub>XX</sub> +N <sub>XY</sub>	195 kN	699 kN	724 kN
(Axi+Axs) manuel	4 cm²	14 cm²	14 cm²
(Axi+Axs) logiciel	10 cm²	14 cm²	14 cm²
N <sub>YY</sub> +N <sub>XY</sub>	2649 kN	2520 kN	1036 kN
(Ayi+Ays) manuel	53 cm²	50 cm²	21 cm²
(Ayi+Ays) logiciel	50 cm²	48 cm²	20 cm²

Ce tableau montre que d'une part le calcul manuel fournit une bonne approximation des sections d'aciers et d'autre part que les efforts de cisaillement Nxy se rajoutent aux deux efforts de membranes Nxx et Nyy, ce qui ne traduit pas la réalité du fonctionnement en béton armé du voile.

#### Étude réglementaire du voile :

Le voile se recalcule réglementairement selon l'EC2.

Au niveau d'une coupure à la base du voile, les efforts résultants sont égaux à :

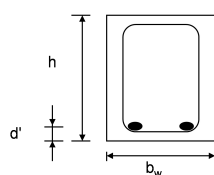
- M-flexion = 2000 x 5 = 10 000 kN.m ;
- Vu = 2000 kN (ELA).

D'où les aciers de flexion : A-tirant = 10 000 / (0.9 x 3.9 x 50) = 57 cm² soit 29 cm² par nappe.

#### CISAILLEMENT :

EC2-1-1 §6.2

Type d'ouvrage: Voile



$f_{ck} = 30 \text{ MPa}$   
 $\gamma_c = 1.50$   
 $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$   
 $\gamma_s = 1.00$   
 $\alpha = 90^\circ$

vérification sismique de pont (EC8-2 §5.6) : non  
 $\gamma_{Ed1} = 1$

(inclinaison des cadres sur l'axe)  
 $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$

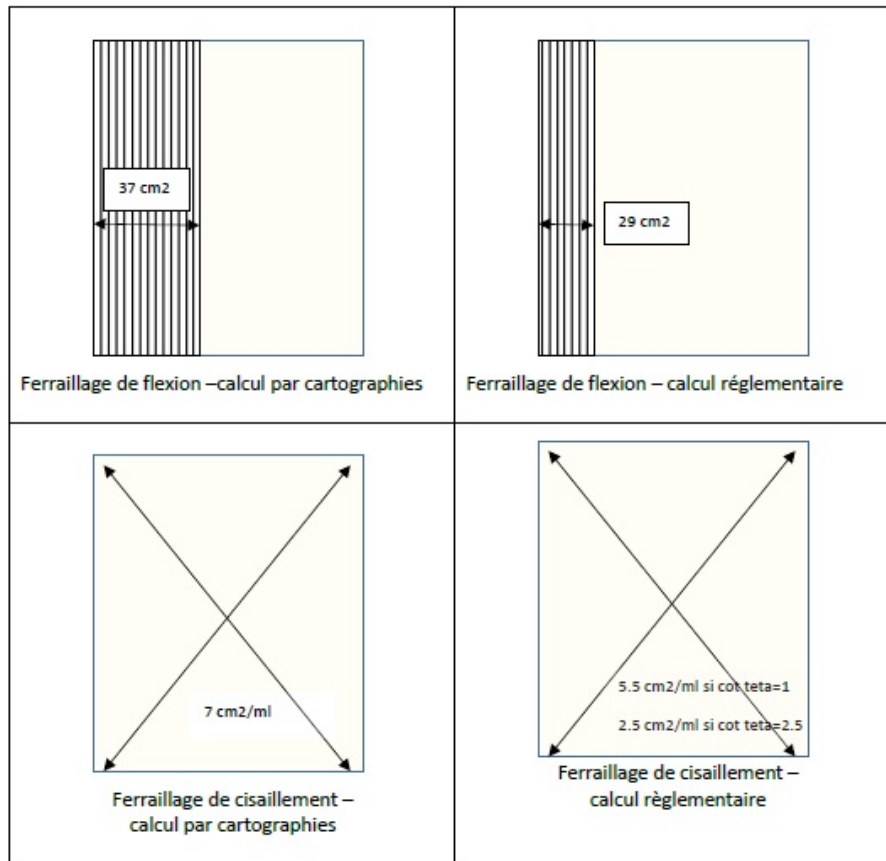
Sections	b <sub>w</sub>	h	d'	A <sub>SL</sub>	V <sub>Ed</sub>	N <sub>Ed</sub>	cot θ	V <sub>Rd,c</sub>	V <sub>Rd,max</sub>	A <sub>sw</sub> / s
	(m)	(m)	(m)	(cm²)	(KN)	(KN)		(KN)	(KN)	(cm²/ml)
	0.20	4.00	0.10	0	2000	0	1.00	997	3707	11

V<sub>Rdc</sub> = 997 kN est inférieur à Vu = 2000 kN d'où la nécessité de disposer des armatures de cisaillement égales à 11 cm²/ml (soit 6 cm²/ml par nappe) en considérant cot(θ)=1 ou 5 cm²/ml avec cot(θ)=2.5.

### Comparaison entre les 2 méthodes :

Les aciers de flexion sont plus importants dans les cartographies car il faut disposer  $(36+23+15) \text{ cm}^2/\text{ml} \times 0.5 \text{ m} = 37 \text{ cm}^2$  pour  $29 \text{ cm}^2$  dans le calcul réglementaire (30% de supplément).

En ce qui concerne les cisaillements, il faut disposer  $7 \text{ cm}^2/\text{ml}$  avec les cartographies alors que le calcul réglementaire permet de ne disposer que  $2.5 \text{ cm}^2/\text{ml}$  en considérant  $\cot(\theta) \approx 2.5$ .

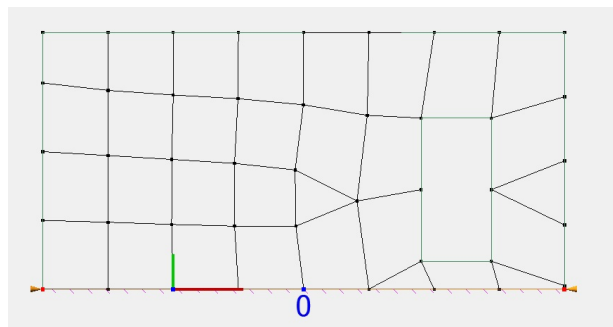


*Récapitulatif de la comparaison du calcul d'un voile soit par les cartographies d'aciers soit par la méthode réglementaire béton armé (EC2)*

## D.4.4 Méthode des coupures

La majorité des logiciels permettent de réaliser des coupures sur des éléments afin de calculer des torseurs résultants en leurs centres.

Prenons l'exemple de l'étude de la base d'un voile :



La coupe horizontale au point 0 en base du voile permet d'obtenir le torseur résultant constitué par l'effort normal, le tranchant et le moment (dans le plan ou hors plan), par intégration des contraintes.

Le ferrailage peut alors être déterminé par un calcul type poutre, ce qui implique de s'assurer de rester dans le domaine de définition d'un élément poutre.

L'utilisation des coupures est avant tout très utile à l'ingénieur pour quantifier les cheminements des efforts dans une structure.

## D.4.5 Domaine de validité des cartographies d'aciers

### D.4.5.1 Cartographies et coupures

Les cartographies d'aciers résultent d'un calcul numérique effectué pour chaque élément indépendamment des autres, donc sans prendre en compte le comportement global en béton armé de la structure.

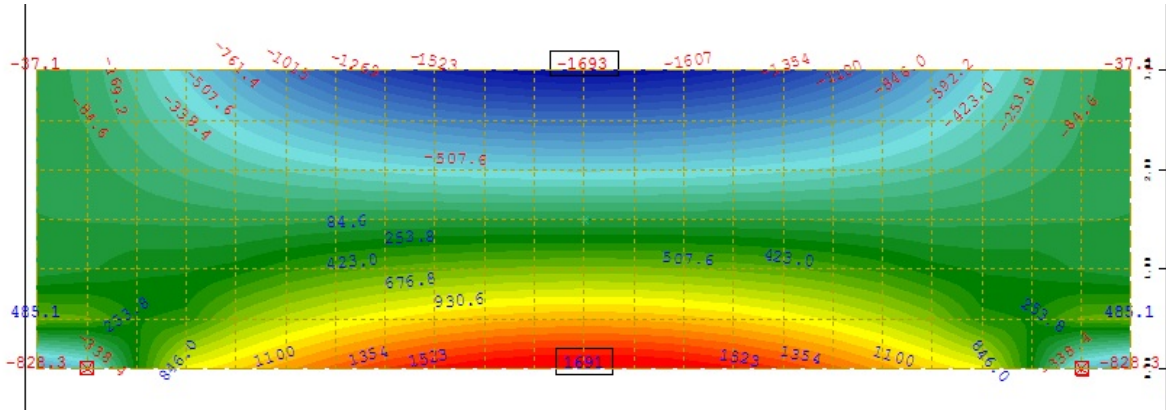
*Nota* : La méthode des coupures est la seule respectant le fonctionnement des voiles en béton armé et considérée comme réglementaire. Les compléments usuels sont à appliquer : décalage de la courbe des moments, vérifications des bielles, chaînages et ferrailage minimal ... restent à faire.

Il importe donc à l'ingénieur de valider par d'autres méthodes réglementaires les résultats obtenus.

#### Exemple d'une poutre voile calculé avec la cartographie :

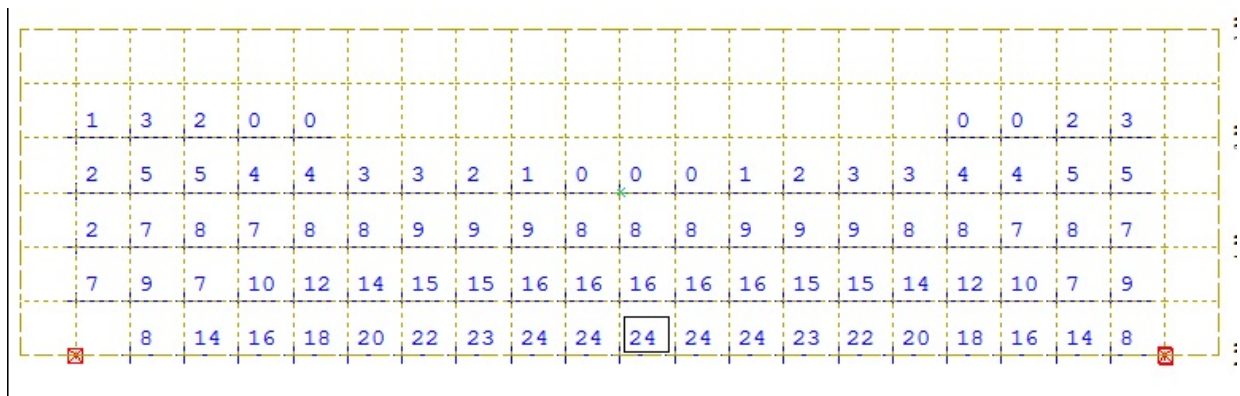
L'exemple d'une poutre sur deux appuis est étudié ici. La poutre est modélisée comme un voile de grande hauteur, pour montrer sur un cas simple les incohérences des cartographies d'aciers.

Soit la poutre isostatique de 10 m de portée, 3 m de hauteur et soumise à une charge uniforme de 200 kN/m<sup>2</sup>. Cette poutre est modélisée en éléments de plaques travaillant dans leur plan avec un maillage 0.5 x 0.5 m<sup>2</sup>.



Visualisation des efforts horizontaux  $F_{xx}$

#### Calcul du ferrailage à partir des cartographies d'aciers :

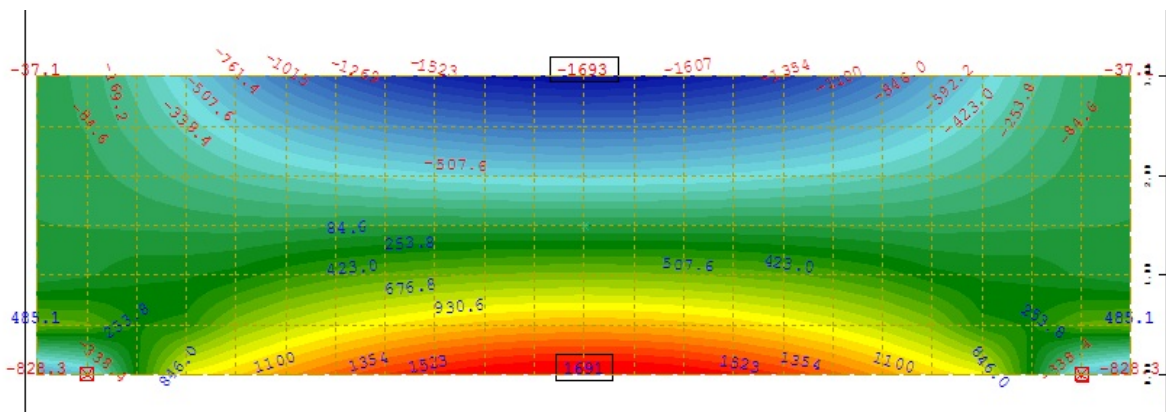


La capacité de flexion est égale à  $F_0 \times d_0 = 2 \text{ nappes} \times 0.5 \text{ m} \times (24 \times 2.75 + 16 \times 2.25 + 8 \times 1.75) = 116 \text{ cm}^2.\text{m}$

Le ferrailage à disposer est égal à  $A_x = 116 \text{ cm}^2.\text{m} / 2.9 \text{ m} = 40 \text{ cm}^2$

#### Calcul du ferrailage à partir des coupures :

Une deuxième méthode consiste à réaliser une coupure au milieu de la poutre (A-A).



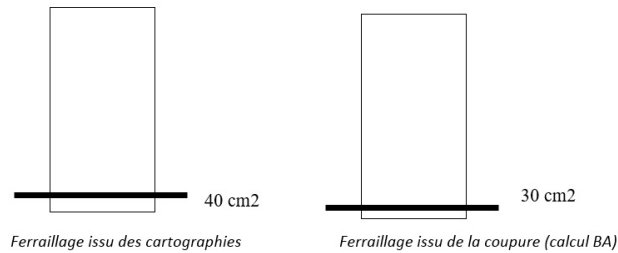
Le logiciel intègre les efforts  $F_{xx}$  sur la hauteur de la coupure pour en déduire le torseur résultant au milieu de la coupure.

#### Forces and moments

LC	Type	Number	N[kN]	Vy[kN]	Vz[kN]	Mt[kNm]	My[kNm]	Mz[kNm]
3001	Sum		0.0	67.49	0.00	0.00	0.00	-3358.09

Le moment au centre est égal à 3358 kN.m, (on retrouve alors le moment classique RDM  $M_u = 1.35ql^2/8 = 3375$  kN.m), d'où le ferraillage calculé selon les règles du béton armé :  $A = 3358 / (0.9 \times 2.9 \times 43) = 30 \text{ cm}^2$

Conclusion et comparaison des deux méthodes :



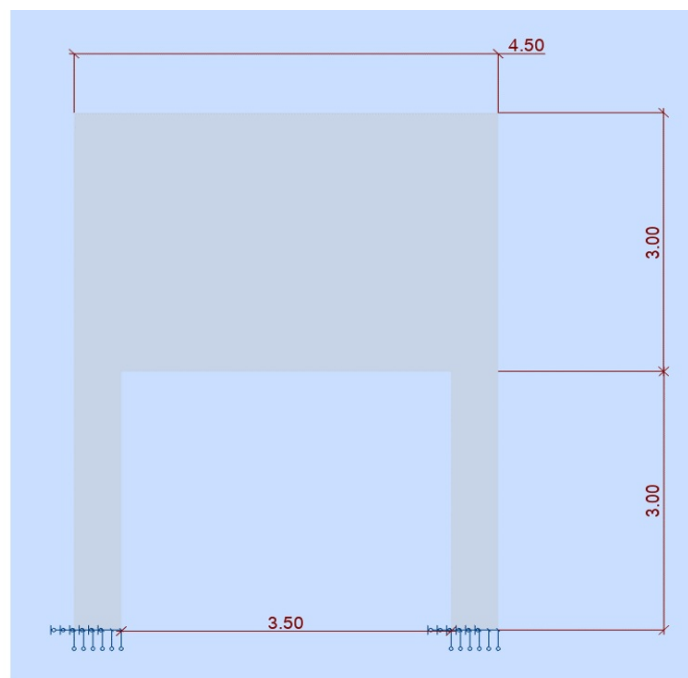
*Ferraillage issu des cartographies / Ferraillage issu de la coupure (calcul BA)*

**Conclusion :** Cet exemple montre les limites des cartographies d'acier, car la méthode ne respecte pas la règle des déformations du béton armé. La méthode des coupures permet d'optimiser les ferraillages.

#### D.4.5.2 Méthode des bielles: apport des éléments finis

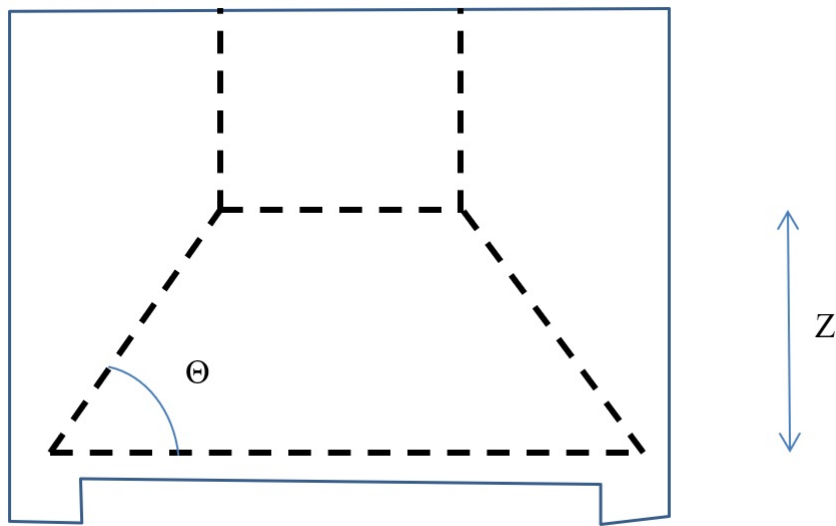
##### Cas d'une poutre-voile (ou poutre cloison)

L'Eurocode 2 encourage fortement l'utilisation de la méthode des bielles, dans ce cas les éléments finis peuvent aider l'ingénieur à définir le schéma de fonctionnement des bielles ainsi que les inclinaisons des bielles. Considérons l'exemple de la poutre-voile suivante :



La portée de 3m50 étant inférieure à 3 fois la hauteur de la poutre, les règles classiques des poutres ne s'appliquent pas (EC2-5.3.1), ce voile se calcule par la méthode des bielles.

Cet exemple étant assez simple, nous pouvons définir manuellement le fonctionnement en bielle :

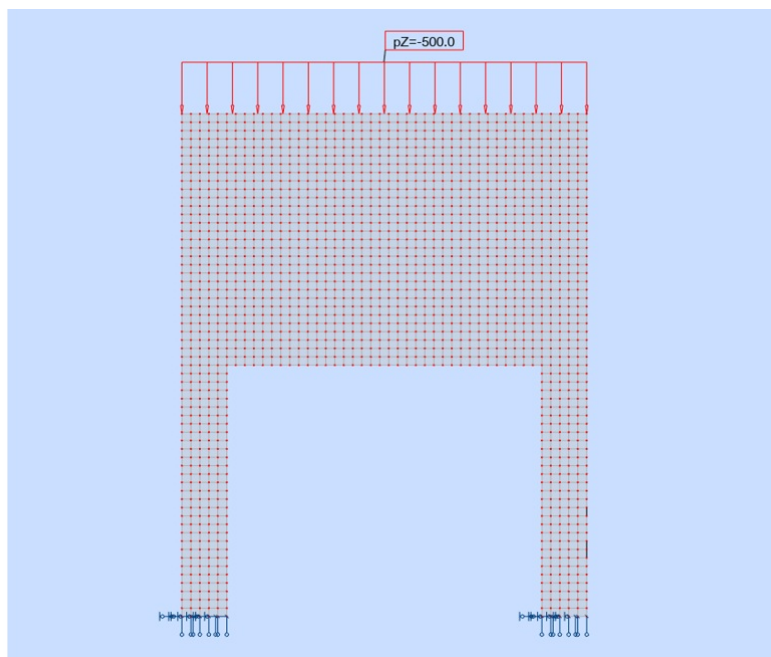


Les règles usuelles estiment la hauteur de la bielle  $Z$  à 1.90 m , nous obtenons  $\tan(\Theta) = 2.18$ , soit un tirant inférieur  $H=515$  KN , soit une section d'acier théorique  $A=11.8$  cm<sup>2</sup> (calcul ELU).

Dans les cas plus complexes, l'ingénieur devra définir un fonctionnement en bielles qui pourra s'avérer difficile. Les éléments finis apportent alors une aide précieuse pour l'ingénieur, nous proposons à l'ingénieur de suivre la méthode suivante:

#### **Modèle isolé représentatif :**

Le principe consiste à réaliser un modèle isolé représentatif du problème.

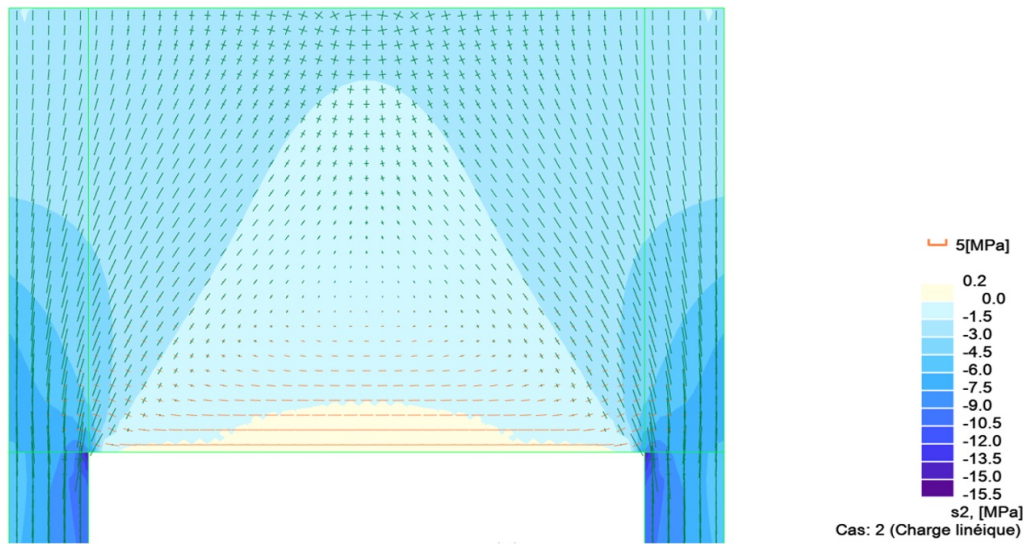


*Modèle isolé représentatif*

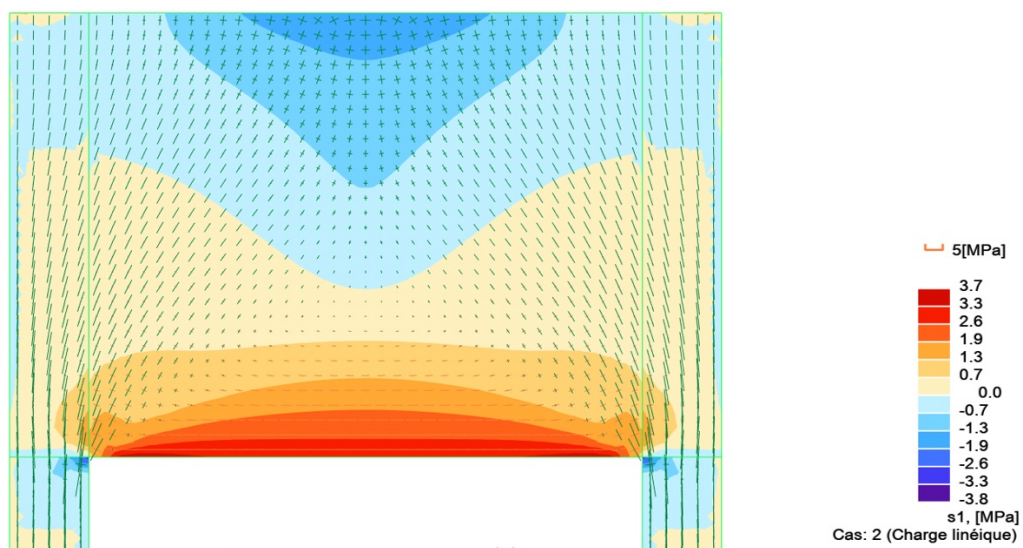
#### **Les contraintes principales :**

On se référera aussi à la partie 1 chapitre E.3.3.

Ce qu'il faut retenir : Il y a 2 contraintes principales, la mini S1, la maxi S2, elles sont représentées sous forme de flèches perpendiculaires, la longueur de chaque flèche dépendant de l'intensité de la contrainte. La contrainte S1 visualise les compressions négatives et S2 les tractions positives.



Contraintes principales S2 (compressions)

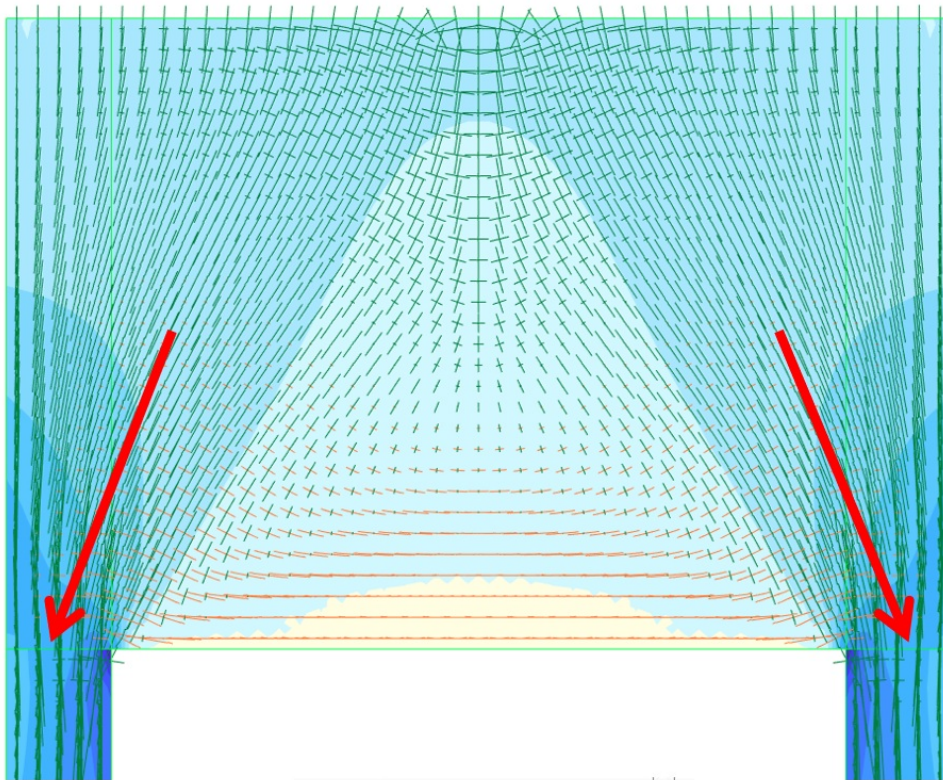


Contraintes principales S1 (tractions)

Dans notre cas, les longues flèches bleues montrent des zones de compression, les rouges montrent les zones de traction.

**A savoir aussi :** lorsque les 2 flèches S1 et S2 sont quasiment égales, c'est-à-dire lorsque la représentation est une croix, alors la zone est en cisaillement pur.

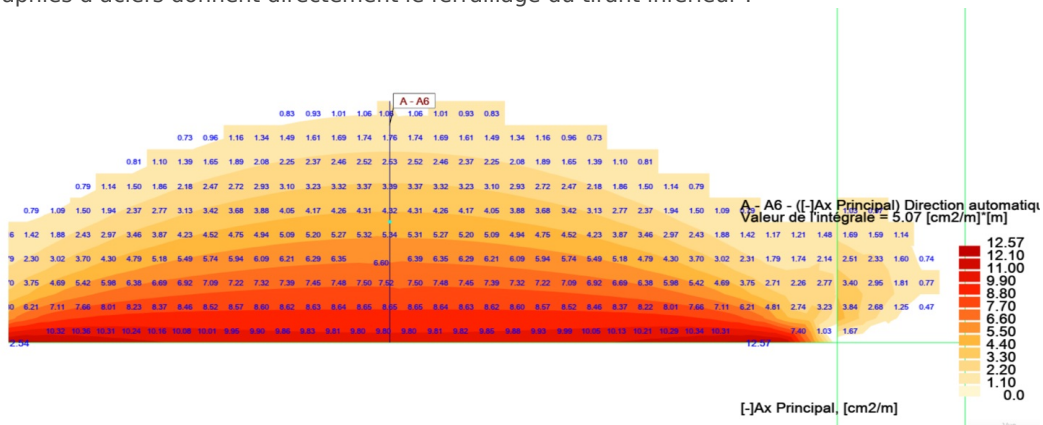
**Définition du fonctionnement en bielles :**



La visualisation des contraintes de compression à la base permet de visualiser la direction de la bielle, son angle est de l'ordre  $\tan(\theta) = 2$ . Soit un tirant de 562 KN d'où une section d'acier  $A = 13 \text{ cm}^2$  avec quand même une incertitude due à la méthode graphique.

### **Cartographies d'aciers :**

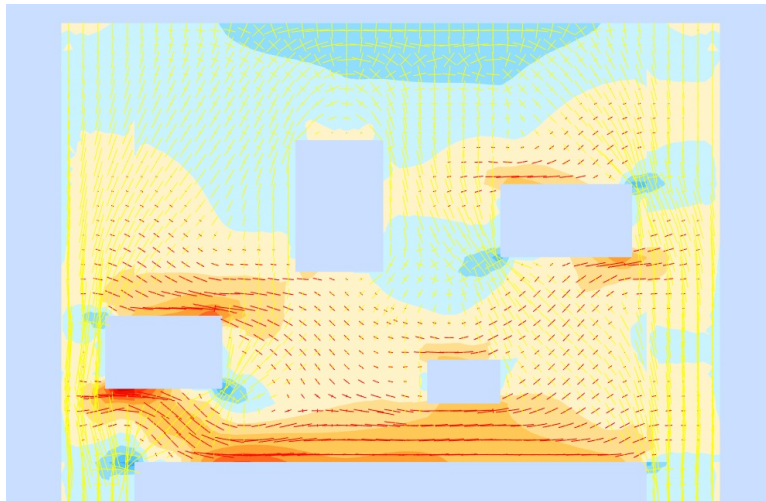
Les cartographies d'aciers donnent directement le ferrailage du tirant inférieur :



L'intégrale des sections d'acier sur 1 m donne un ferrailage de 5.07  $\text{cm}^2$  par nappe soit 10  $\text{cm}^2$  au total. Cette valeur plus précise pourra être retenue.

### **Bilan**

Cette approche permet de bien cerner le cheminement des efforts et de monter un modèle de bielle tirant adéquat (compatible avec le cheminement des efforts).



*Cheminement des efforts dans le cas d'ouvertures multiples, contraintes S1*



*Cheminement des efforts dans le cas d'ouvertures multiples, contraintes S2*



Le lecteur se reportera utilement au §8 “Strut-and-tie modelling” du bulletin n°45 de la fib pour obtenir les détails de modélisation de ce genre d'approche et au [Bulletin Ouvrage d'Art n°14 du SETRA](#), pages 23 à 32.

🔄 Révision #2

★ Créé 12 December 2023 09:28:28 par Paul Terrasson Duvernon

✍ Mis à jour 12 December 2023 09:36:17 par Paul Terrasson Duvernon