B.4 Spécificités de l'analyse sismique

B.4 Spécificités de l'analyse sismique

Réponse spectrale - Cas spécifique du séisme

Le principe de la méthode est, pour une direction de séisme de donnée, de construire les réponses maximales à partir du spectre de chargement en tout point considéré mode par mode, puis de les cumuler entre elles par différentes méthodes.

Une fois obtenue la réponse sismique pour une direction donnée, les directions sismiques sont combinées entre elles pour avoir la réponse globale.

On se place dans un cas où les vecteurs modaux sont normés au moyen de la matrice de masse, i.e. dans le cas de la plupart des codes de calcul aux éléments finis.

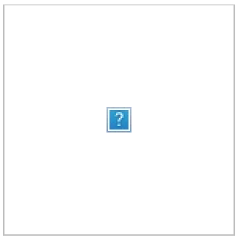
On peut écrire l'expression pour un degré de liberté sous la forme canonique :

Le terme p_{ik} est appelé coefficient participatif. Il s'agit d'une notion importante dans le cas de l'analyse sismique car elle restitue la contribution physique d'une excitation dans une direction k donnée.

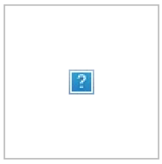
Elle est déterminée pour les cas où l'on norme les vecteurs propres sur la matrice masse par :

D'autre part, on connaît pour un mouvement sismique donné, dans une direction sismique , les solutions majorant en moyenne les valeurs maximales de , et en termes de pseudo-accélérations, pseudo-vitesses et déplacements via les spectres respectifs de ce mouvement :

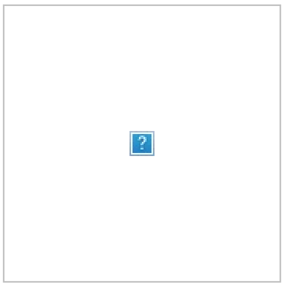
Cette réponse est construite pour un amortissement modal ξ_i qui peut être évalué au prorata de l'énergie de déformation modale (voir §1.2.1 de *Génie parasismique Tome 3, J. Betbeder-Matibet*).



où :

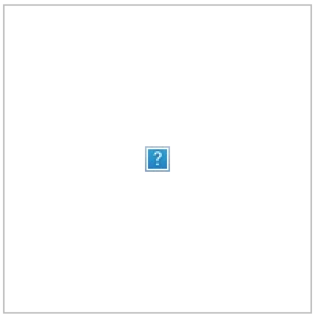
- E_{iT} est l'énergie de déformation totale de la structure pour le mode *i* telle que : 
- $E_{i\ \text{matériau}\ j}$ est l'énergie de déformation dans la structure dont l'amortissement matériau est ξ_j.

Ensuite à partir de la réponse de l'oscillateur simple, on reconstruit la réponse pour chaque mode, respectivement en accélération, vitesse et déplacement, dans la structure au moyen de :

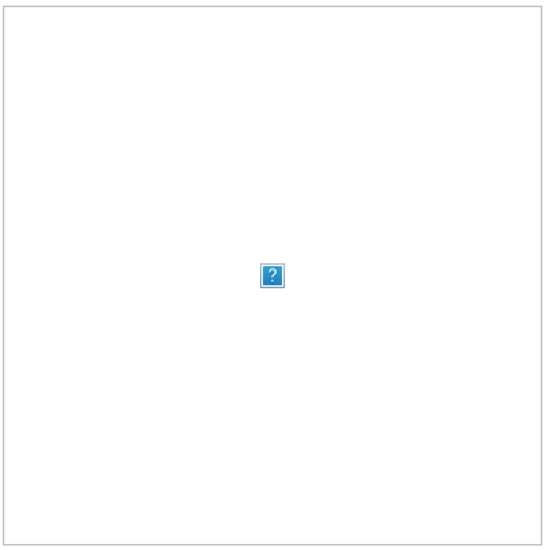


Ces grandeurs modales doivent ensuite être combinées entre elles pour une direction de chargement donnée afin d'obtenir la réponse complète de la structure. Il existe diverses méthodes de recombinaison (par la suite la notation $a_{k,p}$ désigne à titre d'exemple la composante p du vecteur $a_{i,k}$, il en va de même pour $\varphi_{i,p}$ à partir de φ_i) :

- Racine carrée de la somme des carrées, dit « cumul quadratique simple » ou également « SRSS : Square Root of the Sum of the Square » – En chaque nœud *p* :



- Cumul quadratique complet (dit CQC) – En chaque nœud *p* :



où le terme P_{ij} désigne le coefficient de couplage quadratique des modes *i* et *j*. Il s'écrit :

Il importe de noter que, dans cette combinaison, il s'agit d'un cumul de termes algébriques mais dont le signe est toujours positif et ne pose donc pas de difficulté à être placé sous la racine.

En considérant des amortissements modaux ξ_i et ξ_j égaux à une valeur variable telle que x = {0.2, 4, 7, 20 et 30%}, on peut tracer pour des ratios de pulsations ω_i/ω_j le graphique de la figure 3 qui permet de faire apparaître que les modes voisins se cumulent très nettement tandis que le coefficient de cumul diminue assez rapidement lorsque ce ratio croît et ceci d'autant plus lorsque l'amortissement est faible.

Illustration du coefficient de couplage pour des taux d'amortissements variables en fonction des ratios de pulsation

Ce dernier constat milite pour l'utilisation d'un cumul CQC lorsque des modes sont assez proches car le cumul SRSS ne prendrait pas en compte le cumul des modes proches.

En revanche, il n'y a aucune plus-value à utiliser un cumul CQC par rapport à un SRSS lorsque les modes sont éloignés les uns des autres.

Attention : Les réponses modales cumulées ne doivent pas être utilisées pour calculer d'autres quantités d'intérêt. A titre d'exemple il ne faut pas surtout pas évaluer les efforts issus des réponses CQC en calculant

: cette évaluation est erronée par rapport à l'évaluation par cumul des efforts modaux.

Il faut donc pour cet exemple précis dérouler le calcul comme suit :

,

Pour chaque terme p du vecteur f_k, on écrit : ,

Il est aussi important de garder à l'esprit que de la même manière des critères permettant d'évaluer des états de fissurations sur la base des invariants du tenseur des contraintes, et donc des contraintes principales, (cf. par exemple le critère proposé dans l'annexe LL de l'EN1992-2) ne peuvent être considérés au terme d'un calcul avec un cumul quadratique de quelque nature que ce soit.

Les réponses spectrales de chaque mode une fois cumulées pour une direction de chargement sismique doivent être combinées afin d'obtenir la réponse totale. On parle dans ce cas de cumul spatial.

Les cumuls spatiaux peuvent s'opérer selon diverses méthodes :

- Par racine carré de la somme des carrés des réponses obtenue dans chaque direction. Cette méthode fait perdre le signe et toute concomittance logique des sollicitations. Elle fournit une seule quantité scalaire pour chaque quantité d'intérêt :

- Par cumul algébrique de type « Newmark ». Cette approche repose sur une hypothèse d'indépendance les unes aux autres de chaque réponse spatiale et pondère d'un coefficient μ, dont la valeur varie suivant les standards, les 2 autres réponses défavorablement par rapport à celle d'une direction privilégiée. Elle prend en compte la variabilité de signe de chaque quantité d'intérêt. Elle conduit donc non pas à une seule réponse cumulée mais à 24 au total comme cela est compréhensible dans l'équation suivante :

Troncature de base modale – Cas du séisme

Pour le cas spécifique du séisme et en retenant une norme des modes par la matrice masse, il vient :

Il s'agit de la masse entraînée pour un mode *i* dans une direction *k*. Cette masse est donc liée à une direction spécifique, pour un mode i il y aura donc 3 masses modales en fonction des différentes directions de sollicitation (si on est dans l'espace, 2 dans le plan et une seule pour un problème unidimensionnel), la figure 4 apporte une illustration en 2D pour un portique.

Les déformées modales multipliées par les coefficients participatifs représentent la déformée de la structure dont le produit en tout point avec la réponse d'un oscillateur simple fournit la réponse au cours du temps pour un mode déterminé. Ceci est détaillé dans le chapitre suivant.

Illustration schématique des entraînements de masse pour un même mode suivant 2 directions différentes

Comme on l'a évoqué plus haut si le modèle possède N degrés de libertés, il y aura au plus N modes propres.

Toutefois, dans la mesure où la recherche des fréquences et modes propres fait l'objet d'une démarche numérique, tous les modes ne sont pas extraits. En théorie, on doit avoir :

, ou ou

En pratique, le code va s'arrêter à une limite fixée par l'utilisateur au travers d'une fréquence maximale d'extraction. Puis l'utilisateur doit vérifier qu'il en dispose d'un nombre suffisant pour restituer un pourcentage de masse fixé par la règle d'ingénierie qu'il applique. Le plus généralement ce critère est de 90 % de la masse.

Attention : Si, à la fréquence de coupure, le pourcentage de masse ciblée n'est pas atteint, il peut être nécessaire de faire appel à un pseudo-mode.

Inversement si un pourcentage de masse important est atteint à une fréquence très basse, très en-dessous de la fréquence de coupure, il est nécessaire de faire appel à un pseudo-mode ou de compléter la base modale. En effet, la masse participante d'un plancher pour un mode de flexion local sur un très grand ouvrage représente une très faible fraction de la masse totale.

Attention également aux modes antisymétriques dont la masse modale peut être nulle car les masses entraînées autour d'un axe de la structure se compensent.

Pseudo-mode ou correction statique

Comme on l'a formulé précédemment, le critère de sélection des modes propres porte sur le cumul de la masse modale fixé à 90 % pour une fréquence de l'ordre de la fréquence de coupure du spectre sismique i.e. 40 Hz max.

Lorsque cette valeur n'est pas atteignable, le pourcentage plus faible retenu va être complété d'une masse additionnelle associé à un « pseudo-mode » de vibration.

On rappelle que l'on a pour une direction de séisme k une réponse cumulée sur n modes :

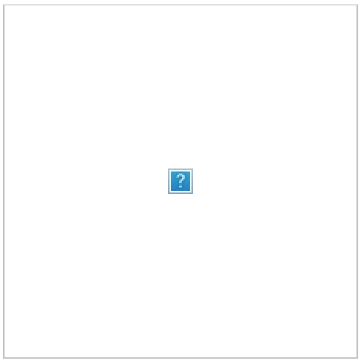
En toute rigueur, s'il y a N degrés de libertés, cette formulation serait :

Comme l’on a vu précédemment, les modes au-delà de la fréquence de coupure sont des modes rigides. La structure réagit en phase avec le chargement sismique qui lui est appliqué avec un déplacement relatif nul.

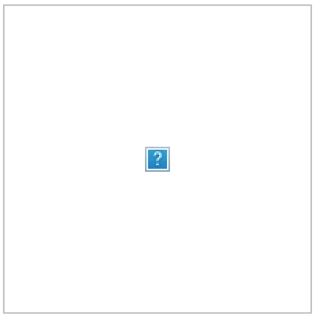
Pour compléter la base modale, on construit les pseudo-modes en considérant que la réponse totale est la somme de la réponse « dynamique » prenant en compte la base modale sur les n premiers modes retenus et d’un terme proportionnel à l’accélération sismique du support $\ddot{q}_s(t)$. On retient les expressions suivantes :

où P_k est la déformée dans la direction k de la structure soumise au chargement statique équivalent à la masse de la structure accélérée à l’accélération correspondante au dernier mode extrait de pulsation n :

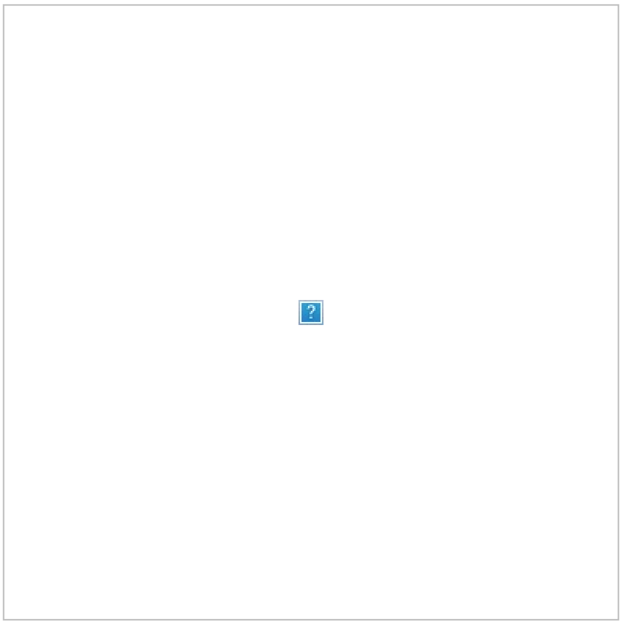
Comme la réponse en accélération relative pour la structure est nulle au-delà de la fréquence de coupure, on peut simplement écrire :



En reprenant la formule précédente en fonction de , on pourra plus facilement faire le lien dans le cadre des analyses spectrales avec le spectre de pseudo-accélérations :

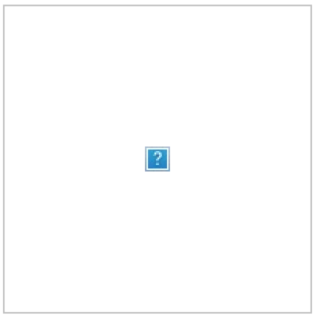


On considère donc également la formule :



Une fois ces grandeurs vectorielles évaluées, se pose la question de leur cumul.

En effet, la solution temporelle pour une direction de séisme est donnée via la recombinaison des composantes sur la base modale :



En revanche, cette combinaison n’est pas applicable sur les grandeurs maximales que nous venons d’évaluer.

Révision #2
Créé 8 December 2023 11:28:10 par Paul Terrasson Duvernon
Mis à jour 12 December 2023 10:44:00 par Paul Terrasson Duvernon